

单元素养测评卷(一) A

第四章

(时间:120 分钟 分值:150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. [2025·广东惠州实验中学高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=(-1)^n(2n+1)$,则数列 $\{a_n\}$ 的前 4 项和 $S_4=$ ()

A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

2. [2025·安徽合肥高二期末] 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $S_3=2, S_6=6$,则 $a_7+a_8+a_9=$ ()

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列,若 a_6, a_{10} 为方程 $x^2+4x+3=0$ 的两个根,则 $a_8=$ ()

A. $\pm\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{3}{2}$

4. [2025·山东青岛一中高二检测] 等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=-1$,且 $(a_3+a_4):(a_6+a_7)=2:5$,则 $a_{2025}=$ ()

A. 4046 B. 4047 C. 4048 D. 4049

5. [2025·福建浦城一中高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 8 项分别为 1,3,6,10,15,21,28,36,根据以上规律,数列 $\{a_n\}$ 的第 50 项为 ()

A. 1275 B. 1596 C. 1597 D. 1598

6. [2025·江苏淮阴中学高二期中] 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_3+a_5+a_7=6, S_7=-7$,则 S_n 取得最小值时 n 的值为 ()

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

7. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项之积为 T_n ,若 $a_n+2T_n=1(n\in\mathbf{N}^*)$,则 $a_{2025}=$ ()

A. $\frac{1011}{1013}$ B. $\frac{1012}{1013}$

C. $\frac{4049}{4051}$ D. $\frac{4050}{4051}$

8. [2025·北京交通大学附中高二期中] 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1>1$,公比为 q ,记 $T_n=a_1a_2\cdots a_n(n\in\mathbf{N}^*)$,则“ $0<q<1$ ”是“数列 $\{T_n\}$ 为递减数列”的 ()

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. [2025·辽宁名校联盟高二月考] 已知数列 $\{a_n\}$ 为 1,0,1,0,1,0, $\cdots$,则 ()

A. $a_n=\frac{1-(-1)^{n+1}}{2}$ B. $a_1=1, a_n+a_{n+1}=1$

C. $a_n=\cos\frac{(n-1)\pi}{2}$ D. $a_n=\begin{cases} 1, n \text{ 是奇数} \\ 0, n \text{ 是偶数} \end{cases}$

10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,公差 $d>0$,且 $S_{18}=S_{25}$,则下列说法正确的是 ()

A. $a_1<0$
B. $a_1+a_{43}=0$
C. 当 S_n 取得最小值时, n 的值为 22
D. 当 $S_n>0$ 时, n 的最小值为 44

11. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\frac{1}{2}, a_n-a_{n+1}=2a_na_{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$,数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $b_n=1+\frac{2}{3}S_n(n\in\mathbf{N}^*)$,则下列说法正确的是 ()

A. $\frac{1}{2025}$ 是数列 $\{a_n\}$ 中的项
B. 数列 $\{b_n\}$ 是首项为 3,公比为 3 的等比数列
C. 数列 $\{a_na_{n+1}\}$ 的前 n 项和 $T_n<\frac{1}{4}$
D. 数列 $\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 $A_n=\frac{(2n-1)\cdot 3^{n+1}}{2}+\frac{3}{2}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. [2025·上海长宁区高二期中] 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若

$$S_n=\begin{cases} n^2, n\leq 4, \\ 5n-4, n>4, \end{cases} \text{ 则 } a_5=.$$

13. [2025·宁波镇海中学高二期中] 已知 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $a_3+S_3=6, S_3=3a_3$,则 $a_2=$.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $S_n=2a_n-2$,则 $a_n=$,数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\log_{\sqrt{2}}a_n-21$,数列 $\left\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n ,则 T_n 的最大值为.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=-2n^2+11n$.

(1)求 S_n 的最大值;

(2)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.



16. (15 分)[2025·湖南长郡十八校高二检测] 已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 2 的等比数列,各项均为正数,且 $a_2+a_3=12$.
- (1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2)设 $b_n=\frac{n+1}{2a_n}$, T_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和,若 $\frac{3}{2}-T_n\leqslant k(n+3)$ 对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立,求实数 k 的取值范围.

17. (15 分)某高科技企业研制出一种型号为 A 的精密数控机床, A 型车床为企业创造的价值逐年减少.若第 1 年 A 型车床创造的价值是 250 万元,且第 2 年至第 6 年,每年 A 型车床创造的价值比上一年减少 30 万元,从第 7 年开始,每年 A 型车床创造的价值是上一年的 50%.现用 $a_n(n\in\mathbf{N}^*)$ (单位:万元)表示 A 型车床在第 n 年创造的价值.
- (1)求数列 $\{a_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$ 的通项公式.
- (2)记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $T_n=\frac{S_n}{n}$,企业经过成本核算,若 $T_n>100$,则继续使用 A 型车床,否则更换 A 型车床,试问该企业应在第几年年初更换 A 型车床?

18. (17 分)[2025·重庆八中高二月考] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,公差 $d=4$, $a_k=15$, $S_k=36$, $k\in\mathbf{N}^*$.
- (1)求 k 及数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2)记 $b_n=\frac{S_n}{n+c}$, $n\in\mathbf{N}^*$,若 b_1,b_2,b_3 成等差数列,求 c 并证明 $\{b_n\}$ 为等差数列.

19. (17 分)[2025·八省联考] 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=3$, $a_{n+1}=\frac{3a_n}{a_n+2}$.
- (1)证明:数列 $\left\{1-\frac{1}{a_n}\right\}$ 为等比数列;
- (2)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (3)令 $b_n=\frac{a_{n+1}}{a_n}$,证明: $b_n<b_{n+1}<1$.